

**Обратите внимание:** в этом вопроснике есть специальные инструкции. Отвечайте на вопросы, следуя этим инструкциям.

**שימו לב:** בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות. יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

## Математика

### 4 единицы обучения – первый вопросник

## מתמטיקה

### 4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

#### Указания

- а. Продолжительность экзамена: 4 часа.
- б. Строение вопросника и ключ к оценке:  
в этом вопроснике три раздела, и в них восемь вопросов.  
Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия и теория вероятностей  
Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости  
Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих корни.  
Вы должны ответить на пять вопросов, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела –  $5 \times 20 = 100$  баллов.

- в. Разрешенный вспомогательный материал:
1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
  2. Листы с формулами (прилагаются).
  3. Двухязычный словарь.

#### г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; укажите только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה. תתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

**Желаем успеха!**

#### הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:  
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.  
פרק ראשון – אלגברה, גאומטרייה אנליטית והסתברות  
פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור  
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש  
יש לענות על חמש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק –  $5 \times 20 = 100$  נקודות.

- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
  2. דפי נוסחאות (מצורפים).
  3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

#### ד. הוראות מיוחדות:

1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**בהצלחה!**

## Вопросы

Ответьте на пять из вопросов 1–8, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос – 20 баллов).

**Обратите внимание:** если вы ответите более чем на пять вопросов, будут проверены только первые пять ответов в вашей тетради.

### Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия и теория вероятностей

1. Ноам отправился на прогулку в 8:00 по маршруту длиной 16 км.

Он прошел 4 км с постоянной скоростью и остановился на 6 минут.

После этой остановки Ноам продолжил идти со скоростью, которая была на 2 км/час больше его начальной скорости.

Ноам дошел до конца маршрута в 11:50 .

(\*) Найдите начальную скорость Ноама.

(\*) Если бы Ноам вообще не останавливался, а после 4 км маршрута пошел бы со скоростью, на 3 км/час больше его начальной скорости, в каком часу он дошел бы до конца маршрута?

2. На чертеже справа изображен квадрат ABCD . Вершина A лежит на положительной полуоси y , а вершина B лежит на отрицательной полуоси x .

Диагонали этого квадрата пересекаются в точке E .

Известно, что диагональ AC задана уравнением  $y = -\frac{1}{4}x + 12$  , а длина стороны квадрата равна  $\sqrt{544}$  .

(\*) Найдите координаты вершин A и B .

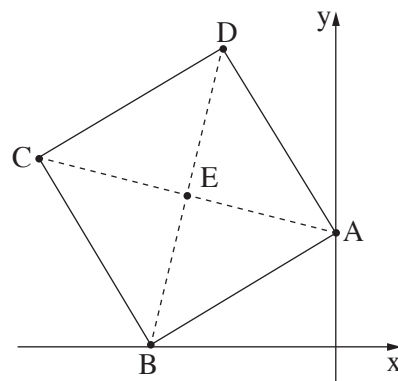
(\*) (1) Найдите уравнение диагонали BD .

(2) Найдите координаты точки E .

(\*) Найдите уравнение окружности, описанной вокруг квадрата ABCD .

Окружность, уравнение которой вы нашли в пункте (3), пересекает ось y еще в одной точке – точке P .

(\*) Вычислите периметр четырехугольника AEDP .



3. В двух ящиках  $\kappa$  и  $\beth$  находится два вида фруктов: яблоки и груши.

В ящике  $\kappa$  есть 5 яблок и 11 груш.

В ящике  $\beth$  есть 4 яблока и 6 груш.

Случайным образом вынимают один фрукт из ящика  $\kappa$ , а затем случайным образом вынимают один фрукт из ящика  $\beth$ .

( $\aleph$ ) Какова вероятность вынуть два фрукта разных видов?

( $\beth$ ) (1) Какова вероятность вынуть по меньшей мере одно яблоко?

(2) Известно, что вынули по меньшей мере одно яблоко. Какова вероятность, что вынули два яблока?

Каждый фрукт вернули в тот ящик, из которого его вынули.

Все фрукты из двух данных ящиков переложили в ящик  $\beth$ , который до этого был пустым.

Затем в ящик  $\beth$  добавили  $x$  яблок.

Случайным образом вынимают из ящика  $\beth$  два фрукта один за другим (без возвращения).

Известно, что вероятность вынуть две груши составляет  $\frac{8}{33}$ .

( $\beth$ ) Найдите значение  $x$ .

## Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости

4. Треугольник  $ABC$  вписан в окружность с центром  $O$ .

$AB$  – диаметр этой окружности.

Через точку  $C$  провели касательную к этой окружности.

Точка  $E$  – такая точка на касательной, что отрезок  $AE$  перпендикулярен отрезку  $CE$  (смотрите чертеж).

(8) Докажите, что  $\triangle ABC \sim \triangle ACE$ .

Известно, что длина радиуса окружности равна 5,

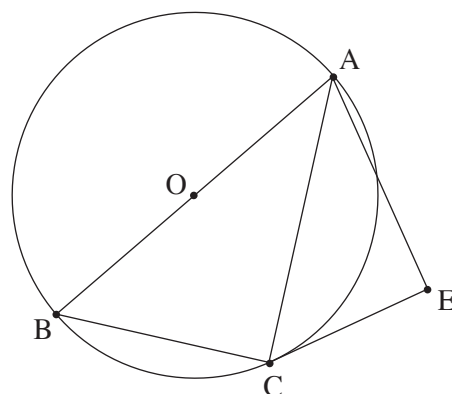
$AE = 6.4$ .

(2) Найдите длину отрезка  $AC$ .

Продолжение радиуса  $CO$  пересекает окружность еще в одной точке – точке  $P$ .

(3) Докажите, что четырехугольник  $ACBP$  – это прямоугольник.

(7) Найдите, во сколько раз площадь прямоугольника  $ACBP$  больше, чем площадь треугольника  $ACE$ .



5. На чертеже справа изображен треугольник  $ABC$ .

$BM$  – биссектриса угла  $ABC$ .

Дано:  $AB = 14$ ,  $BM = 10$ ,  $AM = 8.5$ .

(8) (1) Найдите величину угла  $BAM$ .

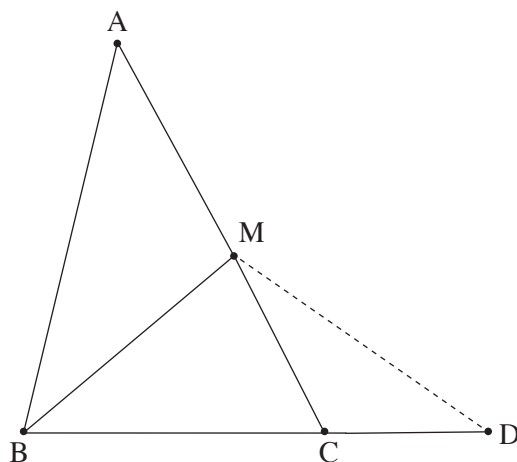
(2) Найдите величину угла  $ABM$ .

Точка  $D$  лежит на продолжении стороны  $BC$ .

Дано: площадь треугольника  $BMD$  равна 50.

(2) Найдите длину отрезка  $BD$ .

(3) Найдите длину радиуса окружности, описанной вокруг треугольника  $MCD$ .



### Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих корни

6. Дана функция  $f(x) = \frac{9x}{(x+3)^2}$ .

- (к) (1) Найдите область определения функции  $f(x)$ .
- (2) Найдите уравнения асимптот графика функции  $f(x)$ , перпендикулярных осям координат.
- (3) Найдите координаты точки пересечения графика функции  $f(x)$  с осью  $x$ .
- (4) Найдите координаты точки экстремума функции  $f(x)$  и определите ее тип.
- (а) Начертите схематический график функции  $f(x)$ .

Прямая  $y = k$  и график функции  $f(x)$  пересекаются ровно в одной точке,  $k > 0$ .

- (а) Найдите значение  $k$ .

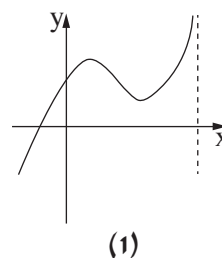
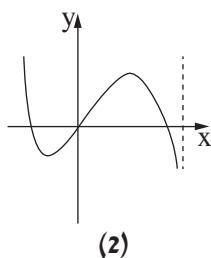
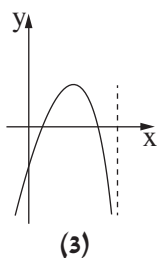
Дана функция  $g(x) = f(x) + 1$ .

- (т) (1) Найдите уравнения асимптот функции  $g(x)$ , перпендикулярных осям координат.
- (2) Сколько общих точек имеют прямая  $y = k$  и график функции  $g(x)$  для найденного вами значения  $k$ ? Обоснуйте свой ответ.

7. Функция  $f(x)$  определена в области  $x \leq 1.5$ ,  
 а производная  $f'(x)$  определена в области  $x < 1.5$ .

У функции  $f(x)$  есть ровно две внутренние точки экстремума.

Ниже приведены три графика (1)–(3). Один из них соответствует производной  $f'(x)$ .



- (к) Определите, какой из графиков (1)–(3) соответствует производной  $f'(x)$ .  
 Обоснуйте свой ответ.

Дано:  $f(x) = (x^2 + 1) \cdot \sqrt{3 - 2x}$ .

- (а) Найдите координаты точек пересечения графика функции  $f(x)$  с осями координат.
- (а) (1) Найдите координаты всех точек экстремума функции  $f(x)$  и определите их тип.
- (2) Найдите области возрастания и убывания функции  $f(x)$ .
- (т) Начертите схематический график функции  $f(x)$ .
- (т) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком производной  $f'(x)$  и осью  $x$ .

8. На чертеже справа приведен график функции  $f(x) = \frac{x-3}{x-4}$  в области  $x > 4$ .

Точка  $O$  – начало координат.

Точка  $A$  лежит на графике функции  $f(x)$  в области  $x > 4$ .

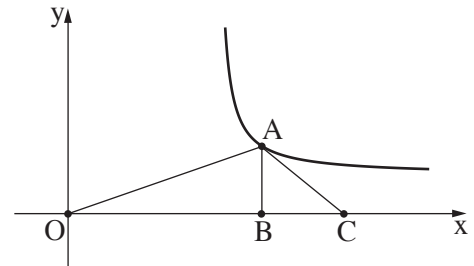
Из точки  $A$  опустили перпендикуляр на ось  $x$ ,

пересекающий ее в точке  $B$ .

Точка  $C$  лежит на оси  $x$  справа от точки  $B$ .

Дано:  $OB = 2 \cdot BC$ .

Обозначим через  $t$  координату  $x$  точки  $A$ .



(\*) (1) Выразите при помощи  $t$  длину отрезка  $OC$ .

(2) Выразите при помощи  $t$  площадь треугольника  $AOC$ .

(\*) Найдите значение  $t$ , для которого площадь треугольника  $AOC$  будет минимальной.

**Желаем успеха!**

Авторские права принадлежат Государству Израиль.  
Копировать или публиковать можно только  
с разрешения Министерства просвещения.

**בהצלחה!**

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל  
אין להעתיק או לפרסם  
אלא ברשות משרד החינוך